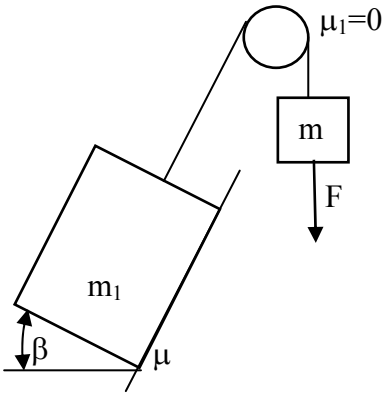
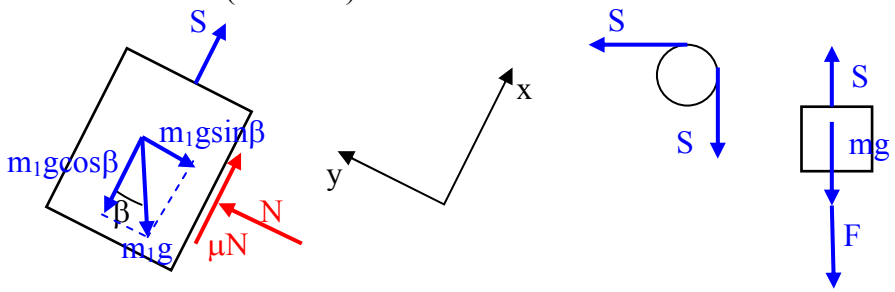
Zadatak 1. Uteg mase m preko užeta održava masu m_1 u ravnoteži (slika 2.). Kolikom minimalnom silom F treba povlačiti masu m prema dolje da se ona ne bi počela podizati?. Zadano je: m_1=4kg, m=1,5kg, μ=0,11, β=35°.



Početak rješavanja zadataka s trenjem identičan je rješavanju prethodnik zadataka. Tijelo prvo treba osloboditi veza (izolirati!)



Komentar: kao reakcija podloge na tijelo mase m_1 pojavljuje se normalna komponenta (okomita na ravninu podlogu) uvijek orijentirana prema tijelu, te tangencijalna komponenta μN (u smjeru ravnine podloge) koja se naziva sila trenja. Te dvije komponente su međusobno okomite! Orijentacija vektora sile trenja određuje se prema smjeru gibanja koje bi nastupilo u slučaju neravnoteže (to se iščitava iz teksta zadatka). U ovom zadatku bi se prema tekstu, masa m počela gibati prema gore u slučaju neravnoteže, što bi za posljedicu imalo spuštanje mase m_1 niz kosinu. Stoga je orijentacija vektora sile trenja μN prema gore. Također treba uočiti da je sila u oba kraka užeta jednaka (S) jer između užeta i nepomičnog valjka (podloge) nema trenja a ovakva orijentacija sile S osigurava napetost užeta!

Napomena: pri rješavanju zadataka iz sile trenja na kosini uobičajeno je odabrati koordinatni sustav definiran nagibom kosine (kao na slici). Time se pojednostavljuje rješavanje u trigonometrijskom smislu.

Postavljanje analitičkih uvjeta ravnoteže za masu m_1:

$\Sigma F_x=0$: $S- m_1 \cdot g \cdot \cos\beta + \mu \cdot N=0$ (1) $\Sigma F_y=0$: $N- m_1 \cdot g \cdot \sin\beta=0$ (2)

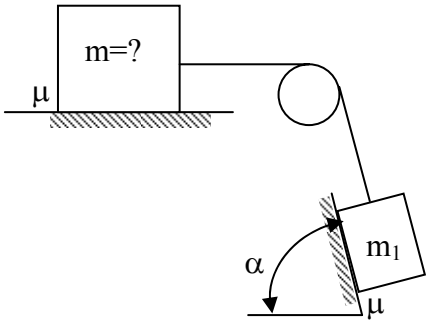
Iz uvjet ravnoteže za masu m računa se sila u užetu S (trenja užeta o podlogu nema, zadano je $\mu_1=0$):

$S- m \cdot g- F=0$ (3)

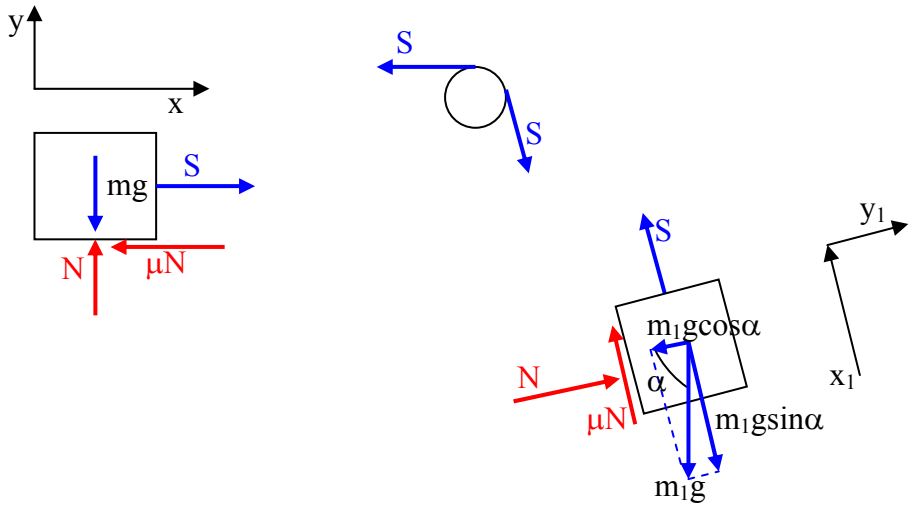
Iz (2) slijedi $N= m_1 \cdot g \cdot \sin\beta$, a iz (3) slijedi $S= m \cdot g+ F$ što uvrštavanjem u (1) daje:

F=14,95N

Zadatak 2. Odredite minimalni iznos mase m da je masa m_1 ne bi povukla za sobom. Zadano je $\mu=0{,}15$, $m_1=4kg$, $\alpha=55°$.



Ovaj zadatak se rješava na sličan način kao i prethodni. Iz teksta zadatka je vidljivo da bi u slučaju neravnoteže masa m_1 počela kliziti niz kosinu, a za sobom bi povlačila masu m obzirom da su te dvije mase povezane u sustav užetom koje mora biti napeto. Nakon oslobađanja tijela veza mogu se postaviti uvjeti ravnoteže za obje mase.



Opet je radi lakšeg rješavanja korisno odabrati dva koordinatna sustava. Veza između dva tijela je uže u kojem vlada sila S i to u oba kraka jer nema trenja između užeta i podloge.

Za masu m (i koordinatni sustav Oxy) vrijedi:

$$\Sigma F_x = 0: \quad -\mu \cdot N + S = 0 \qquad (1) \qquad\qquad \Sigma F_y = 0: \quad -m \cdot g + N = 0 \qquad (2)$$

Za masu m_1 (i koordinatni sustav Ox_1y_1) vrijedi:

$$\Sigma F_{x_1} = 0: \quad -S - \mu \cdot N_1 + m_1 \cdot g \cdot \sin\alpha = 0 \qquad (3)$$

$$\Sigma F_{y_1} = 0: \quad N_1 - m_1 \cdot g \cdot \cos\alpha = 0 \qquad (4)$$

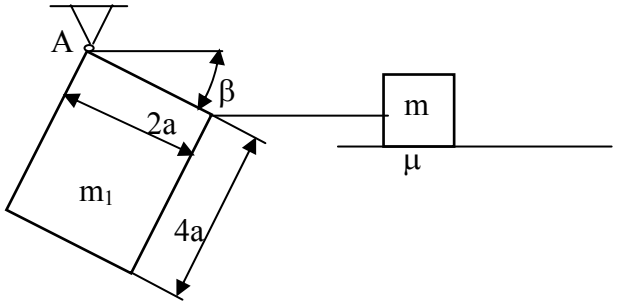
Iz (4) je $N_1 = m_1 \cdot g \cdot \cos\alpha$ što uvršteno u (4) daje iznos sile S:

<u>S=28,8N</u>

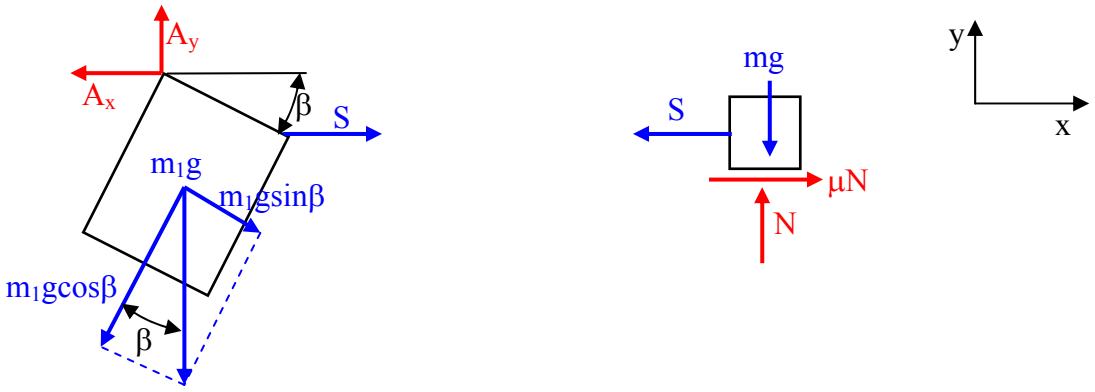
Iz (2) je $N = m \cdot g$ što uvršteno u (1) daje minimalni iznos mase m da bi sustav ostao u ravnoteži:

<u>m=19,5kg</u>

Zadatak 3. Uteg mase m preko užeta održava masu m_1 u ravnoteži. Koliki je minimalni iznos m da bi sustav bio u ravnoteži? Zadano je: $\mu=0{,}2$, $m_1=4\text{kg}$, $\beta=20°$.



Nakon oslobađanja tijela veza može se za svaku masu postaviti uvjete ravnoteže.



Za masu m postavlja se suma momenata oko točke A kako bi se isključile reakcije koje se javljaju zbog veze s nepomičnim osloncem u toj točki. Sume sila mogu se postaviti, ali to u ovom zadatku nije potrebno jer nam za nastavak rješavanja nisu potrebni iznosi reakcija u točki A. Bez obzira na to, ti uvjeti ravnoteže moraju biti zadovoljeni.

$$\Sigma M_A = 0: \qquad S \cdot 2 \cdot a \cdot \sin\beta + m_1 \cdot g \cdot \sin\beta \cdot \frac{4 \cdot a}{2} - m_1 \cdot \cos\beta \cdot \frac{2 \cdot a}{2} = 0 \qquad (1)$$

Za masu m uvjeti ravnoteže su za odabrani koordinatni sustav Oxy:

$$\Sigma F_x = 0: \qquad -S + \mu \cdot N = 0 \qquad (2)$$

$$\Sigma F_{y_1} = 0: \qquad -m \cdot g + N = 0 \qquad (3)$$

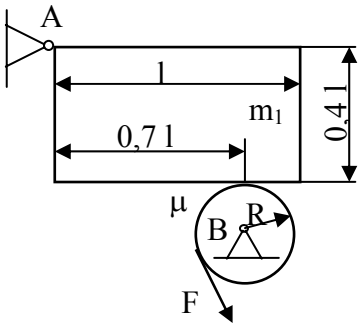
Iz (1) se može izračunati iznos sile u užetu S:

$$\underline{S=14{,}7\text{N}}$$

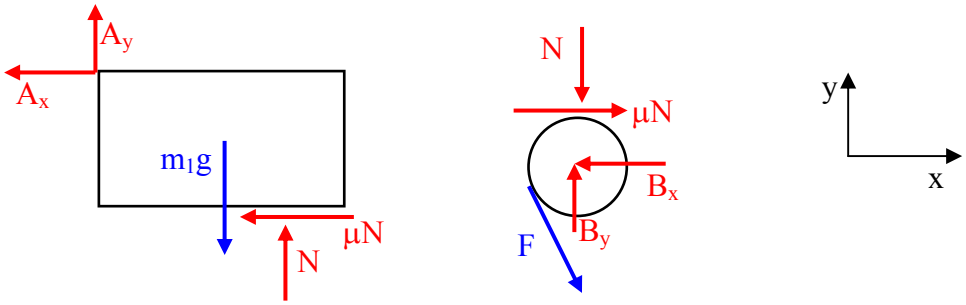
Iz (3) je $N = m \cdot g$ što uvršteno u (2) daje minimalni iznos mase m da bi sustav ostao u ravnoteži:

$$\underline{m=7{,}49\text{kg}}$$

Zadatak 4. Odredite minimalni iznos m_1 potrebne da bi se zakočio valjak polumjera R na koji djeluje sila F. Zadano je:F=30N, μ=0,11.



Nakon oslobađanja tijela veza može se za svaku masu postaviti uvjete ravnoteže.



Kao i u prethodnom zadatku zadatak se može riješiti postavljanjem sume momenata oko točaka A i B.
U točki dodira između mase m_1 i valjka djeluje sila trenja koje je orijentaciju vektora nužno točno odrediti. To je lakše odrediti ako se prvo postavi suma momenata oko točke B odnosno za valjak:

$$\Sigma M_B = 0: \qquad F \cdot R - \mu \cdot N \cdot R = 0 \qquad (1)$$

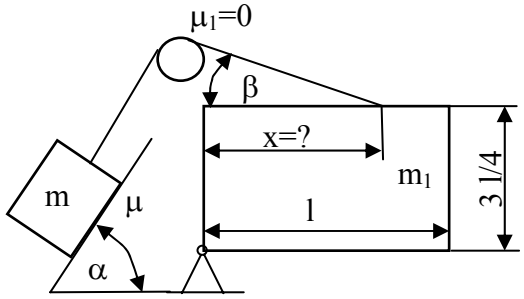
Očito je da jedino ovako orijentirana sila trenja može u sumi momenata dati 0 (nulu).
Ako sila trenja ima ovakvu orijentaciju na valjku onda ta ista sila kad djeluje na masu m_1 mora imati suprotnu orijentaciju. Isto vrijedi i za normalnu komponentu.
Suma momenata oko točke A glasi:

$$\Sigma M_A = 0: \qquad -m_1 \cdot g \cdot \frac{l}{2} - \mu \cdot N \cdot 0{,}4 \cdot l + N \cdot 0{,}7 \cdot l = 0 \qquad (2)$$

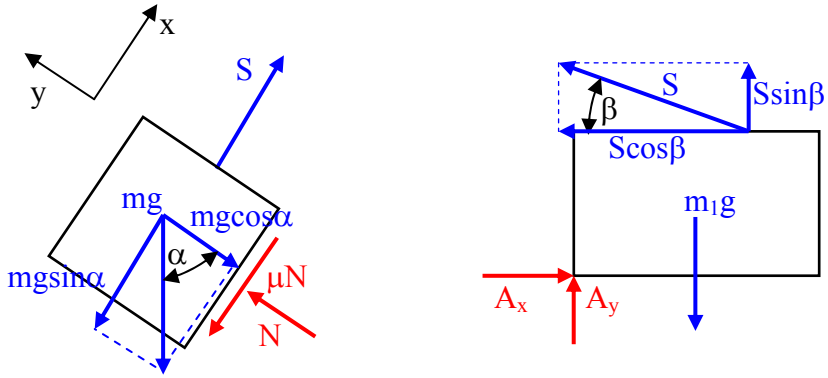
iz (1) slijedi $N = 272{,}7N$ što uvršteno u (2) daje minimalni iznos mase m_1 koji će biti dovoljan da ne dođe do zakretanja valjka pod djelovanjem sile F tj. do njegova proklizavanja:

$$\underline{m_1 = 36{,}5kg}$$

Zadatak 5. Odredite udaljenost x na kojoj treba učvrstiti uže da uteg mase m_1 ne bi pao. Zadano je: m=2kg, m_1=2,2kg, l=0,4m, μ=0,09, α=35°, β=15°.



Nakon oslobađanja tijela veza može se za svaku masu postaviti uvjete ravnoteže.



Za masu m na kosini za koordinatni sustav Oxy vrijedi:

$$\Sigma F_x = 0: \qquad S - \mu \cdot N - m \cdot g \cdot \sin\alpha = 0 \qquad (1)$$
$$\Sigma F_{y_1} = 0: \qquad -m \cdot g \cdot \cos\alpha + N = 0 \qquad (2)$$

iz (2) je $N = m \cdot g$ što uvršteno u (1) daje vrijednost sile u užetu:

S=12,7N

Suma momenata oko točke A za blok mase m_1 mora biti jednaka nuli:

$$\Sigma M_A = 0: \qquad -m_1 \cdot g \cdot \frac{l}{2} + S \cdot \sin\beta \cdot x + S \cdot \cos\beta \cdot \frac{3}{4} \cdot l = 0 \qquad (3)$$

iz čega je moguće izračunati udaljenost x na kojoj treba pričvrstiti uže da bi zadani sustav bio u ravnoteži:

x=0,194m